

Wstęp

Gottlob Frege (1848–1925) – filozof, logik i matematyk niemiecki – istotnie wpłynął na kształt filozofii dwudziestego wieku, wyznaczając kierunek rozwoju filozofii analitycznej, która kształtowała się także w Polsce. Od stu lat dorobek naukowy Fregego cieszy się dużym zainteresowaniem w środowisku filozoficznym, językoznawczym, matematycznym i naukoznawczym. Z wykształcenia Frege był matematykiem, ale na przyszłe pokolenia bardziej oddziałał jako logik, badacz języka i filozof. Pracował na Uniwersytecie Friedricha Schillera w Jenie (Friedrich-Schiller-Universität) przez 44 lata. Wiodącym zadaniem, jakie realizował, było badanie podstaw matematyki, a nie uprawianie matematyki jako takiej, chociaż wykłady uniwersyteckie prowadził głównie z matematyki¹.

W Fregego *Wissenschaftlicher Briefwechsel* zamieszczono korespondencję Fregego z wielkimi matematykami jego epoki: Bertrande Russelliem (1872–1970), Davidem Hilbertem (1862–1943) i Giuseppe Peanem (1858–1932), prowadzoną w latach 1891–1912. Prócz tu wymienionych znajduje się tam także korespondencja z innymi ważnymi matematykami: Louise Couturatem (1868–1915), Hugonem Dinglerem (1881–1954), Philipem Jourdainem (1879–1919), Heinrichem Liebmannem (1874–1939), synem niemieckiego neokantysty Ottona Liebmana (1840–1912), kolegi Fregego z uniwersytetu w Jenie, z Moritzem Paschem (1843–1930) i Giovannim Vailatim (1863–1909). Zamieszczono tam także wymianę listów z filozofami, uczniami Franza Brentana (1838–1917): Edmundem Husserlem (1859–1938) i Antonym Martym (1847–1914), oraz z neokantystą Richardem Hönlwaldem (1875–1947). Osobno wydano listy do Ludwiga Wittgensteina (1889–1951).

¹ Spis wykładów uniwersyteckich Fregego zob. L. KREISER: *Gottlob Frege. Leben – Werk – Zeit*. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 2001, s. 280–284.

Chociaż główną inspiracją do prowadzenia korespondencji były dla Fregego jego badania nad podstawami matematyki, to listy pisane przez niego i do niego należą także do dziedzictwa humanistyki europejskiej, ponieważ cechują się literackim językiem, zawierają małe traktaty na wielkie tematy filozoficzno-logiczne (czym są prawda, klasa, liczba itd.) i zaowocowały powstaniem teorii, które miały decydujący wpływ na kształt dwudziestowiecznej humanistyki, w szczególności semiotyki². Pokazują także społeczno-naukowe tło narodzin logiki matematycznej dwudziestego wieku, zawierają pytania towarzyszące powstawaniu tej dziedziny nauki, a podawane rozwiązania podlegają w nich wnikliwej analizie.

Bardzo wiele doniosłych wątków naukowych przewinęło się w listach pisane do i przez Fregego. Nie wszystkie one zostały dotąd należycie zbadane. Celem niniejszej monografii jest zreferowanie niektórych spośród tematów diskutowanych listownie z Russellem, Hilbertem i Peanem.

Korespondencja zamieszczona w Fregego *Wissenschaftlicher Briefwechsel* ma wielkie znaczenie zarówno dla filozofii, jak i historii logiki czy matematyki. Powszechnie wiadomo, że korespondencja z Russellem doprowadziła do odkrycia antynomii w systemie logicznym Fregego. Ale wymiana listów z Fregem to między innymi także:

1. Pierwsze sformułowanie teorii typów w korespondencji z Russellem.
2. Podany przez Hilberta przykład pewnego systemu rzeczy: miłość, prawo, kominiarz, obrazujący formalne rozumienie geometrii.
3. Wciąż aktualne pytania Fregego dotyczące pierwszych zdań *Tractatus logico-philosophicus* Wittgensteina.
4. Jedyne pełne sformułowanie przez Fregego zasady składalności (kompozycjalności) dotyczącej wyrażeń językowych.
5. Świadectwo wczesnego odkrycia (przez korespondentów Fregego) walorów filozoficznych tekstów Fregego.

Te listy pokazują subtelne przenikanie się zagadnień matematycznych, logicznych i filozoficznych, których nie da się (przynajmniej czasami) rozdzielić. Lektura korespondencji Fregego ukazuje go jako naukowca i człowieka cenionego w czasach jemu współczesnych, co znacznie odbiega od stereotypowego portretowania tego filozofa z Jeny.

² Semiotykę traktuję tu jako dziedzinę szerszą niż filozofia języka i tym samym przyjmuję, że Frege w swych badaniach językowych wychodził poza filozofię języka. Zdaje sobie sprawę z dyskusyjności takiego stanowiska.

Cytat z listu do Russella, będący częścią tytułu monografii: „Podążamy tymi samymi lub podobnymi drogami myślowymi”³, dobrze określa specyfikę tej korespondencji, a co za tym idzie, jej wymowę. To próba zbliżenia stanowisk z racji wspólnych tematów badawczych, wśród których są poszukiwanie podstaw matematyki i eliminacja każdego przejawu nieścisłości w tej dziedzinie. Korespondencja pokazuje, że granicę prowadzonych dyskusji wyznaczały przyjmowane założenia filozoficzne. To była granica, której Frege nawet nie próbował przekroczyć, w tym sensie pozostawała ona granicą bezwzględną. Russell, Hilbert czy Peano wychodzili z innych założeń filozoficznych. Dodam, że matematycy przedstawiani w mojej monografii byli uczestnikami wielkich wydarzeń naukowych tamtej epoki: kongresu filozoficznego i kongresów matematyków⁴, co także pokazuje przenikanie się myśli filozoficznej i matematycznej. Peano brał udział w pierwszym kongresie matematyków w 1897 roku w Zurychu⁵. Peano z Russellem uczestniczyli w pierwszym kongresie filozoficznym w 1900 roku w Paryżu⁶, a także w odbywającym się tamże zaraz po nim drugim kongresie matematyków⁷. Couturat zaprosił Fregego na kongres filozoficzny, ale ten zaproszenia nie przyjął. Zgodził się jednak należeć do komitetu sponsorów tego kongresu⁸.

³ Frege an Russell, 28.12.1902. In: G. FREGE: *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Hrsg., bearb., eingel. und mit Anm. versehen von G. GABRIEL, H. HERMES, F. KAMBARTEL, Ch. THIEL, A. VERAART. Hamburg, Felix Meiner Verlag, 1976, s. 237. Przy następnych odwołaniach do tego zbioru listów posłużyć się skrótem WB. Peano w liście do Fregego wyraził się podobnie: „[...] podążamy jedną drogą naukową” (Peano an Frege, 30.01.1894. Tłum. M. PLES-BĘBEN. WB, s. 178). Wszystkie fragmenty z korespondencji Fregego z Hilbertem i Russellem przetłumaczył z niemieckiego Andrzej Painta. Inni tłumacze są wymienieni w tekście. Tłumaczenia opracowały naukowo Gabriela Besler oraz Joanna Zwierzyńska. Słowa dodane w cytatach z korespondencji Fregego w nawiasach kwadratowych zostały dopisane w czasie naukowego opracowywania tekstu. W ramach grantu nr 0407/NPRH5/H22/84/2017 Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego przygotowywane jest wydanie pełnej korespondencji Gottloba Fregego, które ukaże się w 2020 roku w Wydawnictwie Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach pod tytułem *Korespondencja Gottloba Fregego. Wydanie krytyczne*.

⁴ Zob. sprawozdania z kongresów: E.O. LOVETT: *Mathematics at the International Congress of Philosophy. Paris 1900*. „Bulletin of the American Mathematical Society” 1901, vol. 7, no. 4, s. 157–183. <https://projecteuclid.org/euclid.bams/1183416497> [dostęp: 06.03.2017]; Ch.A. SCOTT: *The International Congress of Mathematicians in Paris*. „Bulletin of the American Mathematical Society”. <http://www.ams.org/journals/bull/1900-07-02/S0002-9904-1900-00768-3/S0002-9904-1900-00768-3.pdf> [dostęp: 25.02.2017]. Materiały pokonferencyjne wszystkich kongresów matematyków znajdują się na stronie International Mathematical Union. <https://www.mathunion.org/icm/proceedings> [dostęp: 14.02.2018].

⁵ Internationaler Mathematiker-Kongress, Zürich, 9–11.08.1897.

⁶ Congres International de Philosophie, Paris, 1–5.08.1900.

⁷ Congres International des Mathématiciens, Paris, 6–12.08.1900.

⁸ Couturat an Frege, 1.07.1899. WB, s. 17–18.

W czasie trzeciego kongresu matematyków, który odbywał się w 1904 roku w Heidelbergu, Hilbert omówił wady i zalety logicyzmu⁹. Frege otrzymał także zaproszenie od Russella na czwarty kongres matematyków, do Cambridge, ale też się tam nie wybrał¹⁰.

Omówiona tu korespondencja przypadała na okres szczytowego rozwoju naukowego Fregego. W 1879 roku opublikował on swą pierwszą książkę, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formalsprache des reinen Denkens* (dalej: BS), w której pokazał logiczne narzędzia indukcyjnego zdefiniowania liczby, a przy okazji przedstawił rachunek zdań i rachunek predykatów. W 1884 roku ukazała się druga książka, *Die Grundlagen der Arithmetik*, gdzie posługując się językiem naturalnym i bez symbolizmu logicznego, przedstawił inny sposób definiowania liczby, oparty na równoliczności zakresów pojęć. W pierwszej połowie lat dziewięćdziesiątych dziewiętnastego wieku korespondował z Husserlem i Peanem oraz opublikował cykl tekstów poświęconych semiotyczno-filozoficznym podstawom swego logicyzmu. W 1893 roku wydał pierwszy tom następnej pozycji, *Grundgesetze der Arithmetik* (dalej: GG), w której przedstawił kolejny logiczny sposób definiowania liczby, z odwołaniem do „przebiegu wartości funkcji” (termin techniczny Fregego, wyjaśniony w rozdziale 1.). Dziesięć lat później, w 1903 roku, gdy drugi tom GG był już na maszynach drukarskich, po liście od Russella, w którym angielski uczony skonstruował predykatową i klasową wersję antynomii, opierając się na BS, Frege uświadomił sobie, że jego prawo piąte, niezbędne w definiowaniu liczby, prowadzi do antynomii. Wtedy dokonał dramatycznego wyznania:

Rzecz jest tym poważniejsza, że wraz z usunięciem mego prawa piątego wydaje się tonąć nie tylko podstawa mojej arytmetyki, lecz także jedyna możliwa podstawa arytmetyki w ogóle¹¹.

⁹ Internationaler Mathematiker-Kongress, Heidelberg, 8–13.08.1904. Zob. D. HILBERT: *Über die Grundlagen der Logik und Arithmetik*. In: *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*. Hrsg. A. KRAZER. Leipzig, Teubner, 1905. <https://www.mathunion.org/fileadmin/ICM/Proceedings/ICM1904/ICM1904.ocr.pdf> [dostęp: 14.02.2018], s. 174–185.

¹⁰ Frege an Russell, 9.06.1912. WB, s. 252; International Congress of Mathematicians, Cambridge 22–28.08.1912.

¹¹ Frege an Russell, 22.06.1902. WB, s. 213. Por. z tłumaczeniem Romana MURAWSKIEGO: G. FREGE: *List do B. Russella*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Wybór i oprac. R. MURAWSKI. Poznań, Wydawnictwo UAM, 1986, s. 204.

Temat antynomii będzie wielokrotnie powracał w korespondencji, ale nie jest jedynym tam dyskutowanym problemem logiczno-matematycznym, o czym w dalszej części pracy. Wspomniane dwutomowe, najważniejsze dzieło Fregego, czyli GG, jest szczególnie znaczące dla badanej tu korespondencji, ponieważ zostało opublikowane w latach 1893 i 1903, a listy powstały w latach 1891–1912.

Plan monografii przedstawia się następująco.

Rozdział pierwszy, *Zagadnienia wstępne*, to krótkie omówienie tych wątków filozoficznych, do których Frege nawiązuje w swojej korespondencji, oraz prezentacja notacji logicznej, jaką stosowali Frege, Peano i Russell. Filozofia Fregego jest precyzyjnie przedstawiona w jego głównym dziele, GG, dlatego przede wszystkim do niego będę się odwoływać. Śledzenie rozwoju symbolizmu logiki matematycznej Peana i Russella nie jest moim celem, toteż przedstawiam jedynie uproszczone podstawy tej symboliki, umożliwiające zapoznanie się z treścią korespondencji z Fregem.

Kolejność trzech następnych rozdziałów odpowiada historycznemu następstwu pisanych listów. W każdym z tych rozdziałów (Giuseppe Peano, David Hilbert, Bertrand Russell) wymieniam zachowane listy, przedstawiam wzajemną znajomość tekstów korespondentów i odpowiedź na pytanie, czy cytowali się wzajemnie. Następnie szczegółowo omawiam wybrane tematy dyskutowane w owych listach. Każdy z tych trzech rozdziałów zamykam tabelarycznym uporządkowaniem czasowym związków danego korespondenta z Fregem.

Rozdział drugi poświęcony jest korespondencji Fregego z Peanem. Czas ich korespondencji, lata 1891–1903, to okres pracy nad ich najważniejszymi dziełami, można powiedzieć „złoty” okres twórczości naukowej nie tylko Fregego, lecz także Peana. W tym samym czasie Peano i Frege korespondowali też z Russellem¹². Szczegółowo omówię dyskusję Fregego z Peanem nad symbolizmem logicznym i liczbą terminów (lub znaków czy symboli) pierwotnych (czyli niedefiniowalnych), zapisem i rozumieniem kwantyfikatorów oraz różnicą między zdaniem ogólnym a szczegółowym, porównam zapisy poszczególnych formuł logicznych w logice Fregego i Peana, zreferuję ich dyskusję nad konkretnymi definicjami operacji matematycznych, jak również warunkami, jakie powinny spełniać poprawne definicje.

¹² H.C. KENNEDY: *Nine Letters from Giuseppe Peano to Bertrand Russell*. „Journal of the History of Philosophy” 1975, vol. 13, no. 2, s. 205–220; też w: IDEM: *Twelve Articles on Giuseppe Peano*. San Francisco, Peremptory Publications, 2002, s. 68–90.

Następnie przedstawię korespondencję z Hilbertem. Do bardziej szczegółowej prezentacji wybrałam ich dyskusję nad koncepcją i strukturą systemu geometrii, rozumieniem aksjomatu oraz jego rolą w systemie geometrii, niesprzecznością i niezależnością aksjomatów, odmiennym rozumieniem frazy *es gibt* („istnieje”), a także oczekiwaniami wobec symbolizmu logicznego.

Jako ostatnią przedstawię korespondencję Fregego z Russellem, która jest najobszerniejszą, najciekawszą i najtrudniejszą merytorycznie częścią listów zebranych Fregego. Rozpocznę od przedstawienia najważniejszego tematu całego WB, jakim jest możliwość skonstruowania antynomii opartej na logice Fregego. Zwrócę także uwagę na inne sformułowania antynomii podane przez Russella i Fregego, na analizy tych wariantów, kontrowersje dotyczące rozumienia klasy, poszukiwania podstawowej formy funkcji i maksymalnie szerokie rozumienie jej dziedziny, na różnorodne próby wyeliminowania antynomii w systemie Fregego oraz na jego argumenty przemawiające za koniecznością posługiwania się odróżnieniem sensu od znaczenia wyrażeń językowych.

Drugoplanowym zadaniem monografii jest pokazanie historycznego tła dyskusji prowadzonych w listach. Przełom dziewiętnastego i dwudziestego wieku był dla matematyki, logiki i filozofii czasem wielkich poszukiwań i budowy nowych paradygmatów uprawiania tych dziedzin, dlatego też w monografii zamieściłam kopie oryginalnych zapisów, między innymi z tego powodu, że nie brakuje badaczy intensywnie pracujących nad historyczną notacją logiczną¹³.

W bibliografii podmiotowej umieściłam tylko podstawowe dzieła Fregego, Peana, Hilberta i Russella, a w bibliografii przedmiotowej – inne pozycje przywoływane w przypisach. Z całej bogatej literatury dotyczącej dorobku Fregego i porównania go z Peanem, Hilbertem oraz Russellem odnoszę się do pozycji, które uznałam za kluczowe. Niestety, pomimo obszernej literatury dotyczącej osiągnięć Fregego, Peana, Hilberta i Russella rzadko powraca się do ich związków (w szczególności w ujęciu historycznym), chociaż ich wzajemne inspiracje i wiele wspólnych celów badawczych są

¹³ W Tallinn University of Technology (Estonia) w 2015 roku zostało zorganizowane seminarium edukacyjne pod nazwą *History and Philosophy of Logic Notations, Tallinn, 1–2 August 2015*, podczas którego specjaliści z całego świata dawali wyraz żywemu zainteresowaniu zapomnianymi notacjami logicznymi, badanymi dziś między innymi ze względu na ich znaczenie dla programowania. Niektóre referaty zostały opublikowane w numerze tematycznym czasopisma „History and Philosophy of Logic” 2018, vol. 39, iss. 1: *History and Philosophy of Logical Notation*.

oczywiste. Nikt nie kwestionuje dziś wpływu Peana i Fregego na logikę Russella–Whiteheada, a w szczególności na ich notację logiczną. Zamierzam bardziej skoncentrować się na słowach przedstawionych tu matematyków, a nie na interpretacjach ich dorobku. Tytułem wstępu wspomnę także o wielkim renesansie zainteresowania logiką Fregego i wprowadzonej przez niego notacji logicznej, o czym świadczą trzecie niemieckie wydanie GG¹⁴, angielskie wydanie tej publikacji¹⁵ oraz warte uwagi książki poświęcone logice Fregego¹⁶.

Początkowo planowałam napisać monografię dotyczącą całej korespondencji Fregego. Rozpoczęłam od pracy nad listami poruszającymi tematykę związaną z moją wcześniejszą rozprawą *Gottloba Fregego koncepcja analizy filozoficznej*¹⁷. Zebrany materiał dotyczący korespondencji Fregego z Peanem, Hilbertem i Russellem okazał się jednak nieoczekiwanie wystarczająco bogaty do przygotowania pracy omawiającej problemy poruszane w ich listach.

Chcę bardzo serdecznie podziękować wszystkim, którzy służyli mi pomocą w trakcie pisania tej monografii.

Dziękuję uczestnikom seminarium z historii matematyki, które odbywają się w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego od roku akademickiego 2008/2009, uczestnikom corocznych konferencji z historii logiki, organizowanych przez Instytut Filozofii Uniwersytetu Jagiellońskiego, oraz uczestnikom konferencji z filozofii matematyki i informatyki, organizowanych przez Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza. Tam poddawałam dyskusji referaty dotyczące omawianej tu korespondencji.

Wiele zawdzięczam moim zagranicznym konsultantom: Profesorowi Gottfiedowi Gabrielowi z Niemiec, Profesor Patrycji Blanchette ze Stanów

¹⁴ G. FREGE: *Grundgesetze der Arithmetik – Begriffsschriftlich abgeleitet*. Bde. 1, 2. In moderne Formelnotation transkribiert und mit einem ausführlichen Sachregister versehen von T. MÜLLER, B. SCHRÖDER und R. STUHLMANN-LAEISZ. Paderborn, Mentis, 2009.

¹⁵ G. FREGE: *Basic Laws of Arithmetic. Derived Using Concept-script*. Trans., eds. P.A. EBERT, M. ROSSBERG, C. WRIGHT. R.T. COOK: *Appendix*. Oxford, Oxford University Press, 2013.

¹⁶ Wspomnę tu choćby następujące publikacje: P. BLANCHETTE: *Frege's Conception of Logic*. Oxford, Oxford University Press, 2012; R.G. HECK, Jr: *Frege's Theorem*. Oxford, Clarendon Press, 2011; G. LANDINI: *Frege's Notations. What They Are and How They Mean*. New York, Palgrave Macmillan, 2012; *Essays on Frege's Basic Laws of Arithmetic*. Eds. M. ROSSBERG, Ph.A. EBERT. Oxford, Oxford University Press, 2019.

¹⁷ G. BESLER: *Gottloba Fregego koncepcja analizy filozoficznej*. Katowice, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, 2010.

Zjednoczonych, Doktorowi Philipowi Ebertowi oraz Profesorowi Peterowi Sullivanowi ze Szkocji.

W przygotowaniu tej monografii bardzo pomocne okazały moje dwa pobyty w Stirling University (Szkocja) w latach 2017 i 2018, gdzie mogłam poddać dyskusji niektóre fragmenty, skonsultować wątpliwości i korzystać ze zbiorów bibliotecznych. Dodam, że mój drugi pobyt w całości sfinansowała fundacja The Bednarowski Trust, za co serdecznie dziękuję.

Słowa podziękowania kieruję także do recenzentów tej monografii: Profesora Jerzego Pogonowskiego oraz Księdza Profesora Jerzego Dada-czyńskiego, a za koleżeńską recenzję dziękuję Profesorowi Eugeniuszowi Wojciechowskiemu. Sugerowane poprawki, uzupełnienia i komentarze przemyślałam i w zdecydowanej większości wprowadziłam.

Wyrażam wdzięczność moim tłumaczom fragmentów z łaciny, włoskiego, francuskiego i ze staroniemieckiego: Elżbiecie Augustyniak, Lidii Obojskiej, Marcie Ples-Bęben, Agnieszce Szelejewskiej oraz teściowi Józefowi Beslerowi.

W szczególności dziękuję mojej wyrozumiałej i wspomagającej mnie Rodzinie.